**Завдання І етапу**

**Всеукраїнської учнівської олімпіади 2015/2016 н. р.**

**з математики серед учнів 6-11 класів**

**Уманського НВК – педагогічного ліцею**

**11 клас**

*Кожна задача оцінюється у 7 балів.*

**1.** З точки , віддаленої від площини  на відстань , проведені до цієї площини похилі  і  під кутом до площини. Їх проекції на площину  утворюють кут в . Знайдіть .

**2.** При яких значеннях параметра  проміжок  містить не менше трьох коренів рівняння 

**3.** Відомо, що для деякої функції  виконується рівність:  для усіх дійсних . А) Доведіть, що ця функція періодична з періодом 4. Б) Наведіть приклад такої функції.

**4.** Довести, що на заданій сфері можна виділити нескінчену множину точок, таку, що для будь-якої четвірки точок  з цієї множини відрізки  і  не перетинаються. (Сфера – множина усіх точок простору, віддалених від заданої точки на задану відстань).

**5.** У Кіри та Андрія разом  цукерок. Кожну хвилину одночасно Андрій віддає Кірі  від кількості своїх цукерок (тут  - деяке натуральне число), а Кіра – усі свої цукерки. Якщо в Андрія стає непарна кількість цукерок, то процес припиняється. Знайдіть усі , для яких такий процес може продовжуватися нескінченно довго (вважається, що  задане).